MATLAB MUHITIDA TASVIRLARGA ISHLOV BERISH AGORITMLARI VA FURE O'ZGARTIRISHIDAN FOYDALANISH

Tavboyev Sirojiddin Axbutaevich,
"Ishlab chiqarish jarayonlarini avtomatlashtirish va boshqarish" kafedrasi t.f.n., dotsent
sirojiddint@mail.ru
Qarshiboyev Nizomiddin Abdumalik o'g'li
Jizzax politexnika instituti
"Ishlab chiqarish jarayonlarini avtomatlashtirish va boshqarish" kafedrasi, assistenti
wolkswagen1991@mail.ru

Annotatsiya: Tasvirlarga ishlov berishda Fure o'zgartirishidan foydalanish. Image Processing Toolbox muhitida tasvirlarni filtrlash.

Kalit so'zlar: MATLAB, Fure, matematik analiz, koeffisent, trigonometrik funksiya.

Fure qatorlari nazariyasi matematik analizning chuqur va keng o'rganadigan bo'limi bo'lib, uning amaliy masalalarni hal qilishdagi o'rni kattadir. Bu sohada juda ko'p ilmiy izlanishlar olib borilgan va muhim natijalarga erishilgan [4, 5].

Biz quyida Fure qatoriga ta'rif va misollar keltirib utamiz. $u_n(x) = a_n \cos nx + b_n \sin nx$ $(n = 0,1,2,...)$ garmonikadan iborat ushbu $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ xususiy funksiyalar qatorini qaraylik, bu qator trigonometrik qator deb ataladi. a_0, a_1, b_1, a_2, b_2,… sonlar esa trgonometrik qatorning koeffitsientlari deyiladi. Triganometrik qator funksional qator bo'lsa ham (uning har bir hadi muayyan funksiyalar bo'lganligi uchun) o'z koeffitsientlari a_0, a_1, b_1, a_2, b_2,…, a_n, b_n,…lar bilan to'la aniqlanadi. Trigonometrik qatorning qismiy yig'indisi trigonometrik ko'phad deb ataladi va quyidagicha yoziladi:

$$T_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n}(a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

Fure qatorining ta'rifi: $f(x)$ funksiya [-π, π] da berilgan va shu oraliqda integrallanuvchi bo'lsin. U holda $f(x)\cos nx,\ f(x)\sin nx \quad (n = 1,2,....)$
funksiyalar ham ikkita integrallanuvchi funksiyalar kupaytmalari sifatida [-π, π] da integrallanuvchi bo'ladi. Bu funksiyalarni integrallarini hisoblab ularni quyidagicha belgilaylik:

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx dx, (n = 1,2,...), (1)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx dx, (n = 1,2,...),$$

bu sonlardan foydalanib quyidagi trigonometrik qatorni tuzamiz

$$T(f;x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)(2)$$

Ta'rif: a_0, a_1, b_1, a_2, b_2,… koeffitsientlari (1) formulalar bilan aniqlangan (2) trigonometrik qator $f(x)$ funksiyaning Fure qatori deb ataladi. a_0, a_1, b_1, a_2, b_2,…, a_n, b_n,…sonlar esa $f(x)$ funksiyaning Fure koeffitsientlari deyiladi [6, 7].

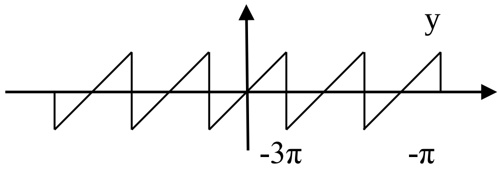
Funksiyalarni Fure qatorlariga yoyish misollarni keltiramiz.

1-misol: Davri 2π bo'lgan $f(x)$ qx, -π<x< π, ni Fure qatoriga yoyamiz.

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x dx = \frac{1}{\pi}\frac{x^2}{2}\Big|_{-\pi}^{\pi} = 0.$$

buni bo‘laklab integrallab quyidagini topamiz.

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x\cos kx dx = \frac{1}{\pi}\left[x\frac{\sin kx}{k}\Big|_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{k}\int_{-\pi}^{\pi}\sin kx dx\right] = 0.$$



$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x\sin kx dx = \frac{1}{\pi}\left[-x\frac{\cos kx}{k}\Big|_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{k}\int_{-\pi}^{\pi}\cos kx dx\right] = (-1)^{k+1}\frac{2}{k}.$$

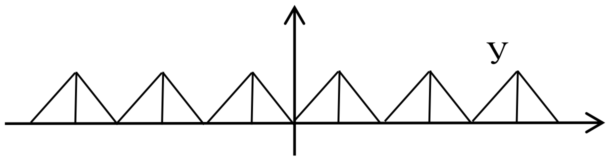
Shunday qilib quyidagi qator hosil bo‘ladi:

$$f(x) = 2\left[\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - ...(-1)^{k+1}\frac{\sin kx}{k} + ...\right].$$

Bu tenglik uzilish nuqtalaridan boshqa hamma nuqtalarda o‘rinlidir. Qatorning har bir uzilish nuqtadagi yig‘indisi uning o‘ngdan va chapdan limitlarining o‘rta arifmetigiga teng ya’ni 0 ga teng [8].

2-misol: Davri 2π bo‘lgan $f(x)$ funksiya berilgan:

-π<x< 0 bo‘lsa $f(x)$ q - x 0<x< π bo‘lsa $f(x)$ q x uning Fure koeffitsientlarini aniqlaymiz.



$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0}(-x)dx + \int_{0}^{\pi} xdx\right] = \pi.$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0}(-x)\cos kx dx + \int_{-\pi}^{\pi} x\cos kx dx\right] =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-\frac{x\sin kx}{k}\Big|_{-\pi}^{0} + \frac{1}{k}\int_{-\pi}^{0}\sin kx dx + \frac{x\sin kx}{k}\Big|_{0}^{\pi} - \frac{1}{k}\int_{-\pi}^{0}\sin kx dx\right] =$$

$$= \frac{1}{\pi k}\left[-\frac{\cos kx}{k}\Big|_{-\pi}^{0} + \frac{\cos kx}{k}\Big|_{0}^{\pi}\right] = \frac{2}{\pi k^2}(\cos k\pi - 1) = \begin{cases} k\_жуфт\_булса, 0; \\ k\_ток\_булса, -\dfrac{4}{\pi k^2} \end{cases}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0}(-x)\sin kx dx + \int_{-\pi}^{0} x\sin kx dx\right] = 0.$$

Shunday qilib quyidagi qatorni hosil qilamiz.

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\left[\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \frac{\cos 5x}{5^2} + ... + \frac{\cos(2p+1)x}{(2p+1)^2} + ...\right].$$

Bu qator hamma nuqtalarda yaqinlashadi va uning yig‘indisi berilgan funksiyaga teng [9].
MATLAB muhitida bir qator Fure o‘zgartirish funksiyalari mavjud:

- fft2 - Ikki o‘lchovli Fure tez almashtirish
- fftn - n-o‘lchamli Fure tez almashtirish
- ifft2 - Ikki o‘lchovli teskari Fure tez almashtirish
- ifftn - n-o‘lchamli teskari Fure tez almashtirish

- fftshift - Fure almashtirishdan chiquvchi massivlarni guruhlash

Ikki o‘lchamli tez Fure o‘zgartirish funksiyalari bo‘yicha to‘xtalib o‘tsak. Funksiya $Y = fft2(X)$ ikki o‘lchamli diskret Fure o‘zgartirishini hisoblaydi. X matritsaga o‘xshagan xajmga ega. X vektor bo‘lishi mumkin, u holda Y vektor qaytariladi. Y vektor X vektordagidek yo‘nalishga ega bo‘ladi [10].

$X = ifft(Y)$ funksiya Y massiv uchun teskari Fure o‘zgartirishini hisoblaydi. $X = ifft(Y, n)$ funksiya Y massiv uchun n - nuqtali teskari Fure o‘zgartirishini hisoblaydi.

$Y = ffshift(X)$ funksiya fft va $fft2$ funksiya massivlarini qayta guruhlaydi, nol chastotani spektrning markazida joylashtiradi. Agar v - bir o‘lchamli massiv bo‘lsa, u holda uning o‘ng va chap tomonlari o‘rin almashtiriladi [11].

v	fftshift(v)
1 2 3 4 5	4 5 1 2 3

Agar X ikki o‘lchamli massiv bo‘lsa, u holda kvadrantlar joylari o‘zgaradi, I « IV i II « III:

X	fftshift(X)
I	V II
II V	I I

Signallarni raqamli qayta ishlashga oid stadart masalalardan biri bo‘lgan signal spektrini aniqlash masalasini ko‘rib chiqamiz (Fure shakl almashtirishidan foydalanish).

Spektr mazkur jarayonda qaysi turdagi tebranishlar preobladayut qilishini, uning ichki tuzilmasi qandayligini ko‘rsatadi [12].

Signal spektrni aniqlash uchun (to‘g‘ri va teskari) Fure shakl almashtirish apparatidan foydalaniladi $x_a(t)$ anologli signalning $x_a(t)$ spektri deb ushbu

$$x(jw) = \int_{0}^{\infty} x_a(t) e^{-jwt} dt \qquad (1)$$

to‘g‘ri Fure shakl almashtirishiga aytiladi.

Teskari Fure shakl almashtirish yordamida signalning o‘zini spektr orqali ifodalash mumkin:

$$x_a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x_a(jw) e^{jwt} dt \qquad (2)$$

x(nT) diskret signalning $x_n(jwt)$ spektri deb ushbu

$$X(e^{jwt}) = \hat{O}\{x(nT)\} = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-jwnT} \qquad (3)$$

to‘g‘ri Fure shakl almashtirishiga aytiladi. X(nT) signalni spektr orqali teskari Fure shakl almashtirish orqali ifodalash mumkin:

$$X(nT) = \hat{O}^{-1}\{x(e^{jwt})\} = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} x(e^{jwt}) dw \qquad (4)$$

Uzluksiz funksiya (ya’ni analog signali) uchun Fure shakl almashtirish ta’rifini [13] da topish mumkin. Diskret Fure shakl almashtirishi (DFShA) deb o‘zaro bir qiymatli shakl almashtirishlarga aytiladi:

$$X(k) = X(k\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-jkn\Omega T} \qquad k = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (5)$$

$$x(n) = x(nT) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Omega) e^{jkn\Omega T} \qquad n = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (6)$$

(5) ifoda to‘g‘ri diskret Fure shakl almashtirishini aniqlaydi, (6) ifoda esa teskari diskret Fure shakl almashtirishini aniqlaydi [14].

Bu shakl almashtirishda $\Omega = \dfrac{2\pi}{NT}$ - shakl almashtirishining asosiy chastotasi, (bin DPF). Buruvchi ko‘paytuvchi deb ataluvchi $e^{-j\Omega T}$q$e^{-j2\pi/N}$ ni W_n orqali belgilasak, to‘g‘ri va teskari diskret Fure shakl almashtirishlarni quyidagicha qayta yozib olsa bo‘ladi:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_n^{kn}, \qquad k = 0, 1, \ldots, N-1 \quad (7)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn}, \quad n = 0, 1, \ldots, N-1 \quad (8)$$

X(k) diskret Fure shakl almashtirish, x(n) ketma - ketlikning o‘zi ham kabi, k argument buyicha N davriy funksiyadir, chunki $W_N^{kn} = W_N^{(k+mN)n}$ bu erda m - butun son.

Xaqiqatdan ham bunday ketma - ketlikni tegishli davriy ketma - ketlikning bir davri deb qarash mumkin va (7) hamda (8) shakl almashtirishlardan foydalanish mumkin; faqat X(k) va x(n) larni [0; N-1] kesma tashqarisida 0 ga teng deb hisoblash mumkin [15].

(3) formula bilan aniqlangan chekli diskret signal spektrini (n>0 va n>N-1 bo‘lganda X(nT)q0 ekanligini hisobga olgan holda) va aynan shu signalning diskret Fure.

Signal Processing kutubxonasida (to‘g‘ri va teskari) diskret Fure shakl almashtirishlarni bajarish uchun ikkita funksiya mavjud:

Agar x matritsa bo‘lsa, u holda N - nuqtali diskret Fure shakl almashtirilishi x matritsaning har bir ustuni uchun bajariladi [16].

Barcha ko‘rsatib o‘tilgan afzalliklar birgalikda (mashina tilida amalga oshirilganligi maxsus algoritmlar) fft va ifft funksiyalardan foydalanilganda diskret Fure shakl almashtirishning juda yuqori bajarilish tezligini beradi [17].

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Шлихт Г.Ю. Цифровая обработка цветнўх изображений. - М., Издателство ЕКОМ, 1997. - 336 с.

2. Яне, Б. Цифровая обработка изображений / Б. Яне: пер. с англ. под ред. А.М. Измайловой. М.: Техносфера, 2007 - 584с.-ИСБН 978-5-94836122-2

3. Кравченко В.Ф. Цифровая обработка сигналов и изображений. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007 г.

4. Axbutayevich, T.S., & Abdumalikovich, Q.N. (2022). IMAGE CONTOUR SEPARATION ALGORITHMS BASED ON THE THEORY OF FUZZY SETS. International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research, 120-125.

5. Axbutayevich, T.S., & Abdumalikovich, Q.N. (2022). TASVIRLARDAN MA’LUMOT OLISHDA MATLAB MUHITINING INTELLEKTUAL TASHKIL ETUVCHILARIDAN FOYDALANISH. International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research, 247-250.

6. Akhbutayevich, T. S., & Abdumalikovich, K. N. (2022). Algorithms for Selecting the Contour Lines of Images Based on the Theory of Fuzzy Sets. Texas Journal of Engineering and Technology, 15, 31-40.

7. Савурбаев, А., Дангалов, Н.А., Шертойлоков, Г.М., & Эшонкулов, Ш.У. (2014). Алгоритм расчета переходного процесса при ударе цилиндрического кольца о жесткое полупространство. *Молодой ученый*, (8), 246-250.

8. Эшонкулов, Ш., Бурлиев, А., & Эшонкулова, Ш. (2019). Научно-методический подход к созданию электронного учебника.

9. Савурбаев, А., Мухаммадиев, М.Т., Эшанкулов, Ш.У., & Гулиев, А.А. (2015). Косой удар цилиндрического кольца о жесткое полупространство. *Молодой ученый*, (1), 97-102.

10. Eshonqulov, S., Nomozov, O., & Eshonqulova, S. (2021). Роль восточных мыслителей в современном образовании. *Boshlang'ich ta'limda innovatsiyalar*, *2*(2).

11. Eshonqulov, S., Yetmishov, X., Eshonqulova, S., & Mamurova, G. (2021). Innovatsion texnologiyalardan ta’lim jarayonida foydalanish. *Boshlang'ich ta'limda innovatsiyalar*, *2*(2).

12. Eshonqulov, S., Nomozov, O., & Eshonqulova, S. (2021). Принципы, формы и методы обучения в процессе преподавания компьютерных наук. *Boshlang'ich ta'limda innovatsiyalar*, *2*(2).

13. Eshonqulov, S., Yetmishov, X., Eshonqulova, S., & Yetmishova, S. (2021). Замонавий таълим технологияларини таълим жараёнида самарали қўллаш. *Boshlang'ich ta'limda innovatsiyalar*, *2*(2).