

## МЕТОДИКА ПЕРЕПОДОВАНИЕ ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

*Назаров Ортик Турсунович*

*Джиззакский Политехнический институт  
кафедра Общетехнических дисциплин ассистент*

[ortiqnazarov2121@gmail.com](mailto:ortiqnazarov2121@gmail.com)

**Аннотация:** В статье Теорема Клайперона, реальная работа по смещению, рассматривающая упругую систему под воздействием силовой системы сил и статическое приложение всех сил, дана? (Теорема Бетти) и результаты теоремы Максвелла.

**Ключевые слова:** силы, упругую систему, деформации, перемещения, инерционных сил, внешних сил, Теорема Максвелла, теореме Бетти, единичным смещением, по теореме Клайперона.

Работа силы на соответствующем этой силе действительном перемещении, вызываемом той же силой, называется действительной работой.

Рассмотрим упругую систему, находящуюся под воздействием системы сил  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , которые вызовут ее деформации и перемещение точек  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  (рис.1.1). Эти перемещения представляют собой проекции истинных перемещений соответствующих точек на линии действия нагрузок.

Будем считать, что все заданные силы прикладываются статически, т.е. их значения нарастают от нуля до максимальных значений настолько медленно, что они не вызывают ускорений точек системы, а значит и инерционных сил. В условиях идеальной упругости работа этой системы сил не зависит от порядка приложения нагрузок и определяется только их окончательными значениями. Будем считать, что все нагрузки  $P_n$  изменяются пропорционально одному параметру и соотношение между ними не меняется. Тогда действительная работа на соответствующем перемещении может быть определена по теореме Клайперона:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n P_i \Delta_i \quad (1.1)$$

Работа силы на соответствующем перемещении, но вызываемом иной силой или другими факторами, называется возможной или виртуальной работой.

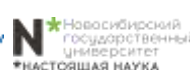
Возможная работа определяется по формуле:

$$A' = \sum_{i=1}^n P_i \Delta_{i n} \quad (1.2)$$

где  $\Delta_{i n}$  – перемещение точки приложения  $i$ -той силы, вызванное силой  $n$ .

### 2. Теорема о взаимности возможных работ (теорема Бетти)

Рассмотрим идеально-упругую и линейно деформируемую систему. Сначала загрузим систему силой  $P_1$ , при этом точка приложения первой силы получает



$$A_{11}^{(1)} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11}$$

действительное перемещение  $\Delta_{11}$  и совершается действительная работа (рис. 1.2 а). Затем загружаем систему второй силой  $P_2$ . Точка приложения первой силы получает перемещение  $\Delta_{12}$ , вызванное второй силой и совершается возможная работа  $A_{12}^{(1)} = P_1 \Delta_{12}$ . Точка приложения второй силы получает перемещение  $\Delta_{22}$ , вызванное

$$A_{22}^{(1)} = \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$$

второй силой, совершается действительная работа. Изменим порядок загрузки. Сначала систему загрузим второй силой, подсчитаем работу, затем первой силой. Полученную работу будем обозначать с индексом «(2)» (рис.1.2 б). Действительная работа второй силы на перемещении точки приложения второй силы, вызванном второй

силой:  $A_{22}^{(2)} = \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$ . Возможная работа второй силы на перемещении точки

приложения второй силы, вызванном первой силой  $A_{21}^{(2)} = P_2 \Delta_{21}$ . Действительная работа первой силы на перемещении точки приложения первой силы, вызванном первой силой

$A_{11}^{(2)} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11}$ . Так как в условиях идеальной упругости работа внешних сил зависит лишь от начального и конечного положения, то изменение порядка приложения нагрузки не будет менять работы внешних сил, поэтому можно записать:

$$A_{11}^{(1)} + A_{12}^{(1)} + A_{22}^{(1)} = A_{11}^{(2)} + A_{21}^{(2)} + A_{22}^{(2)}$$

$$\frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + P_1 \Delta_{12} + \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + P_2 \Delta_{21} + \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$$

$$P_2 \Delta_{12} = P_1 \Delta_{21}$$

Распространяя сделанный вывод на группу сил, получим теорему Бетти о взаимности возможных работ:

$$A_{ij} = A_{ji},$$

т.е. возможная работа первой группы сил на перемещениях, вызванных второй группой сил, равна возможной работе второй группы сил на перемещениях, вызванных первой группой сил.

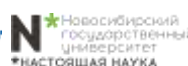
3. Теорема о взаимности удельных реакций и удельных перемещений (вторая теорема Рэлея)

Рассмотрим упругую систему при статическом и кинематическом воздействиях. В первом состоянии кинематическим воздействием является единичный угол поворота связи «i» (рис.1.4 а), во втором состоянии статическим воздействием является единичная сила  $P_j = 1$ . По теореме Бетти

$$A_{ki} = A_{ik}$$

$$r_{ii} \cdot 0 + r_{ki} \cdot 0 = r_{ij} \cdot 1 + P_j \cdot \delta_{ji} + r_{kj} \cdot 0$$

Получим теорему о взаимности удельных реакций и удельных перемещений:



$$r_{ij} = -\delta_{ji}$$

Удельная реакция связи «i», вызванная единичной силой  $P_j = 1$ , равна с обратным знаком удельному перемещению точки приложения силы  $P_j$ , вызванному единичным смещением связи «i».

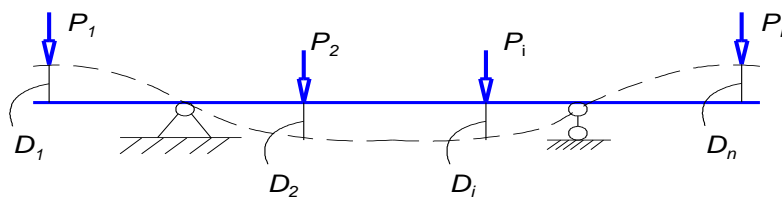


Рис.1.1

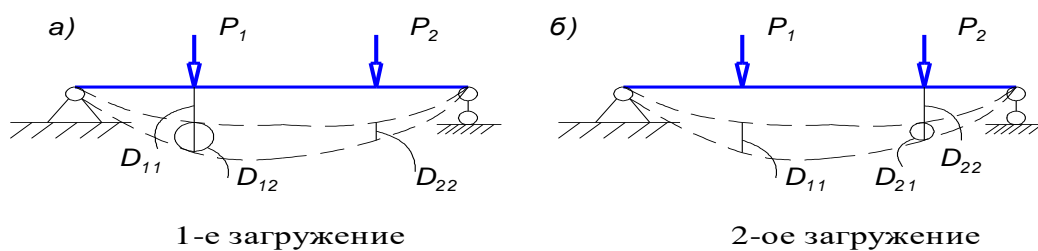


Рис.1.2

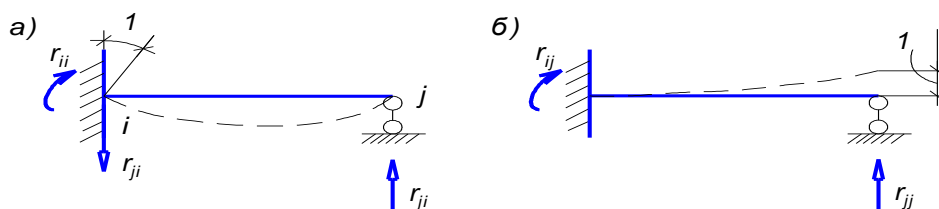


Рис.1.3

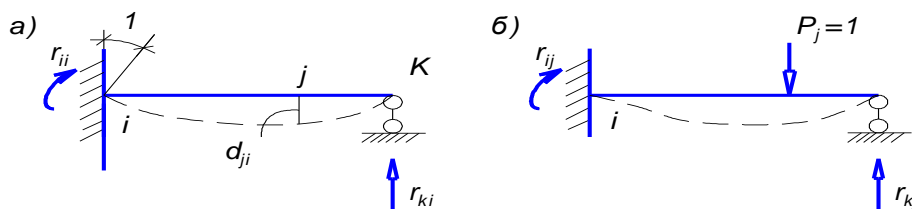


Рис.1.4

### Список литературы

Киселев, В.А. Строительная механика [Текст]/В.А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.

Строительная механика [Текст]/ А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лашенников, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1981. – 511 с.

Дарков, А.В. Строительная механика [Текст]/ А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986.– 607 с.

Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики [Текст]/Под ред. Г.К. Клейна. – М.: Высшая школа, 1973. – 360 с.

Строительная механика в примерах и задачах [Текст]/ Под ред. В.А. Киселева.– М.: Стройиздат, 1968. – 386 с.

Narmatovich N. N. Methodology Of Training Engineers For Professional Activity On The Basis Of Module-Competent Approach // *湖南大学学报 (自然科学版)*. – 2021. – Т. 48. – №. 12.

Нарбеков Н. Н. ИННОВАЦИОННАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ И ЕЕ СТРУКТУРА // Развитие системы знаний как ключевое условие научного прогресса. – 2022. – С. 174-178.

Нарбеков Н. Н. МОДУЛЬНО-КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД В СОВРЕМЕННОМ ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ // *Universum: технические науки*. – 2022. – №. 1-1 (94). – С. 10-12.

Narbekov N. N. PREPARING STUDENTS FOR INNOVATIVE ENGINEERING ACTIVITIES AS A PEDAGOGICAL PROBLEM // *ПРОРЫВНЫЕ НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАК ДВИГАТЕЛЬ НАУКИ: сборник статей Международной научно-практической конференции (12 февраля 2022 г, г. Калуга)*.-Уфа: OMEGA. – 2022. – С. 15.

10.Saddin o'g'li T. Z., Nurmuxammadovich P. N. МАТЕМАТИКА DARSLARINI SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA SHARQ MUTAFFAKKIRLARINING O'RNI // *IJTIMOYIY FANLARDA INNOVASIYA ONLAYN ILMIY JURNALI*. – 2022. – Т. 2. – №. 3. – С. 34-36.

11. Saddin o'g'li T. Z., Nurmuxammadovich P. N. МАТЕМАТИКА DARSLARINI SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA SHARQ MUTAFFAKKIRLARINING O'RNI // *IJTIMOYIY FANLARDA INNOVASIYA ONLAYN ILMIY JURNALI*. – 2022. – Т. 2. – №. 3. – С. 34-36.

